試し読み（抜粋）

合格答案をつくる　中央大数学　２０２７

このファイルは、書籍の内容を確認していただくための抜粋です。
扉・問題・解答などを、それぞれ別の箇所から抜き出して並べています。
連続したページではありません。

書籍でのページ番号は、各ページの下部または上部にあります。
扉のように番号の入らないページもあります。
収録順や前後のつながりは、実際の書籍とは異なります。

2027 年 度 予 想 問 題（第2回）

数　　学

合格答案をつくる 中央大数学 2027

受験方式	解答する大問（配点）	時間	満点
理工 3 学部 一般・英外	I(20) II(20)：マーク，III(30) IV(30)：記述	100 分	100
理工 3 学部 共テ併用	III(50) IV(50) V(50)：記述	100 分	150
法学部 学部別	VI(1)〜(4)(40)：答えのみ，VII(30) VIII(30)	60 分	100
経済学部 I（英外も）	VI(36)：結果のみ，VIII(32) IX(32)	60 分	100
経済学部 II（経済学科）	VI(48)：結果のみ，VII(26) X(26)	60 分	100
商学部 A・B（英外・共テ併用も）	VII VIII IX X：(1)(2)(各 25)	60 分	100
文学部 学部別（英外も）	VII(30) IX(35) X(35)	60 分	100
5 学部共通選抜	XI XII XIII XIV（数字マーク）	60 分	100

注　意　事　項

1. 自分の受験方式の行に書かれた大問だけを，指定の時間で解答すること。配点は大問のリード文の末尾に方式別に示してある。
2. I・II は解答群から記号を選ぶマーク式，XI〜XIV は数字をマークする形式である（解答上の注意は「はじめに」を参照）。本書での演習では記号・数字を書き出せばよい。
3. 記述式の大問は，答えを導く過程も記すこと。「答えのみ」「結果のみ」と指示された設問は結果だけを書けばよい。基幹理工学部数学科は理工の配点を 2 倍（一般 200 点・併用 300 点），社会理工学部 BDS 学科は一般 150 点・併用 225 点に換算する。
4. 数学公式集は配布されない。

本書は独自作成の**非公式**予想問題集であり，中央大学公式の教材・過去問・模擬試験ではない。

XI

△ABC において，BC = 4，AB = 3AC であるとする。AC = x とおく。(20 点)

(1) x のとりうる値の範囲は $\boxed{\text{ア}} < x < \boxed{\text{イ}}$ である。また

$$\cos\angle\text{ABC} = \frac{x^2 + \boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}x}$$

である。

(2) ∠ABC が最大となるのは $x = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ のときであり，このとき △ABC の外接円の半径を R とすると

$$\cos\angle\text{ABC} = \frac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}, \qquad R = \frac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(3) △ABC の面積の最大値は $\boxed{\text{シ}}$ であり，そのときの x の値と △ABC の内接円の半径 r は

$$x = \frac{\sqrt{\boxed{\text{スセ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \qquad r = \frac{\sqrt{\boxed{\text{タチ}}} - \boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

XII

数直線上の原点に点 P がある。1 個のさいころを 1 回投げるごとに，1 または 2 の目が出たら P を正の向きに 2 だけ移動させ，3 以上の目が出たら P を負の向きに 1 だけ移動させる。(20 点)

(1) さいころを 3 回投げた後に P が原点にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) さいころを 6 回投げた後に P が原点にある確率は $\dfrac{\boxed{\text{ウエ}}}{\boxed{\text{オカキ}}}$ であり，6 回投げた後の P の座標が正である確率は $\dfrac{\boxed{\text{クケコ}}}{\boxed{\text{サシス}}}$ である。

(3) さいころを 6 回投げるとき，6 回投げた後に P が原点にあり，かつ 1 回目から 5 回目までのどの回を投げた後にも P が原点にない確率は $\dfrac{\boxed{\text{セソ}}}{\boxed{\text{タチツ}}}$ である。また，さいころを 9 回投げるとき，9 回投げた後に P が原点にあり，かつ 1 回目から 8 回目までのどの回を投げた後にも P が原点にない確率は $\dfrac{\boxed{\text{テトナ}}}{\boxed{\text{ニヌネノ}}}$ である。

（設問は次のページにつづく）

XIII 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = \frac{1}{3}, \qquad a_{n+1} = \frac{a_n}{3 - 4a_n} \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たす。(30 点)

(1) $a_2 = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$, $a_3 = \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エオ}}$ である。また

$$a_n = \frac{1}{\boxed{カ}^{n-1} + \boxed{キ}}$$

である。

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k} = \frac{\boxed{ク}^n - \boxed{ケ}}{\boxed{コ}} + \boxed{サ}n$ であり，$\displaystyle\sum_{k=1}^{6} \frac{1}{a_k} = \boxed{シスセ}$ である。また，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$ が 3 の倍数となるような 100 以下の正の整数 n は $\boxed{ソタ}$ 個ある。

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k a_{k+1}} = \frac{\boxed{チ}}{\boxed{ツ}}(9^n - 1) + \boxed{テ}(3^n - 1) + \boxed{ト}n$ である。

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k a_{k+1}} > 1000 \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{a_k}$ を満たす最小の正の整数 n は $\boxed{ナ}$ である。

XIV 関数 $f(x) = |x + 1| + |x - 1|$ について考える。(30 点)

(1) $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = \boxed{アイ}$ である。

(2) 曲線 $y = x^2$ と曲線 $y = f(x)$ の共有点の x 座標は $-\boxed{ウ}$ と $\boxed{ウ}$ であり，2 つの曲線で囲まれた図形の面積は $\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}$ である。

(3) a を正の定数とし，曲線 $y = ax^2$ と曲線 $y = f(x)$ で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とする。$0 < a \leqq \boxed{キ}$ のとき

$$S(a) = \boxed{ク} + \frac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}a^2$$

である。

(4) $S(a) = 4$ となる a の値は $\dfrac{\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シ}}}{\boxed{ス}}$ であり，$S(a)$ が (2) の図形の面積の $\dfrac{1}{2}$ となる a の値は $\dfrac{\boxed{セソタ}}{\boxed{チツ}}$ である。

第 3 回 解答・解説

▪ 大問 I —— 四面体の角 ∠APB の最大と，辺の長さを変えたときの場合分け（一般）

空欄	正解	内容	配点
ア	ⓙ	$2\sqrt{6}$	3
イ	ⓓ	$\dfrac{1}{4}$	3
ウ	ⓐ	$-\dfrac{1}{2}$	3
エ	ⓘ	$\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$	3
オ	ⓕ	$\dfrac{k^2-2k-3}{k^2-2k+9}$	4
カ	ⓓ	$0<k\leqq 2$	4

まず内積を求めておく。$|\vec{a}|=|\vec{b}|=3$，$|\vec{c}|=4$ と角の条件から

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=3\cdot 3\cdot\left(-\frac{1}{3}\right)=-3,\qquad \vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}=3\cdot 4\cdot\frac{1}{3}=4.$$

よって $\mathrm{AB}^2=|\vec{b}-\vec{a}|^2=9-2\cdot(-3)+9=24$ であり，［ア］は $\mathrm{AB}=2\sqrt{6}$ である。

次に，$\overrightarrow{\mathrm{PA}}=\vec{a}-t\vec{c}$，$\overrightarrow{\mathrm{PB}}=\vec{b}-t\vec{c}$ だから

$$\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=-3-8t+16t^2,\qquad |\overrightarrow{\mathrm{PA}}|^2=|\overrightarrow{\mathrm{PB}}|^2=9-8t+16t^2$$

である。$\mathrm{PA}=\mathrm{PB}$ なので

$$\cos\angle\mathrm{APB}=\frac{16t^2-8t-3}{16t^2-8t+9}=1-\frac{12}{16\left(t-\frac{1}{4}\right)^2+8}$$

となり，これは分母が最小となる $t=\dfrac{1}{4}$ のとき最小で，最小値は $1-\dfrac{12}{8}=-\dfrac{1}{2}$ である。よって［イ］は $\dfrac{1}{4}$，［ウ］は $-\dfrac{1}{2}$ である。分母 $16t^2-8t+9$ は $|\overrightarrow{\mathrm{PA}}|^2$ に等しいから，∠APB が最大になるのは PA が最短のと