試し読み（抜粋）

合格答案をつくる　東京慈恵会医科大数学　２０２７

このファイルは、書籍の内容を確認していただくための抜粋です。
扉・問題・解答などを、それぞれ別の箇所から抜き出して並べています。
連続したページではありません。

書籍でのページ番号は、各ページの下部または上部にあります。
扉のように番号の入らないページもあります。
収録順や前後のつながりは、実際の書籍とは異なります。

1. 次の $\square$ にあてはまる適切な数値を解答欄に記入せよ。

座標平面上の 9 個の点 $(i,\ j)$（$i,\ j = 0,\ 1,\ 2$）から，異なる 3 個の点を無作為に選ぶ。このとき，

選んだ 3 点を頂点とする三角形ができ，それが二等辺三角形である確率は $\boxed{\text{(ア)}}$，

選んだ 3 点を頂点とする三角形ができ，その面積が 1 以上である確率は $\boxed{\text{(イ)}}$

である。

3. n を 2 以上の自然数とする。$0 \leqq x \leqq 2\pi$ の範囲で，方程式

$$\sin nx = \sin x$$

をみたす x の個数を $N(n)$ とする。次の問いに答えよ。

(1) $N(2), N(3)$ を求めよ。

(2) $N(n)$ を n を用いて表せ。

(3) $N(n) = 2025$ となる n をすべて求めよ。

3. n を自然数とし，

$$f(n) = n^2 + 3n + 5$$

とおく。次の問いに答えよ。

(1) $f(n)$ は 7 の倍数でないことを示せ。

(2) $f(n)$ が 11 の倍数となるための n の条件を求めよ。また，$f(n)$ は 121 の倍数でないことを示せ。

(3) p を 11 と異なる素数とする。$f(n)$ が p の倍数となるような自然数 n が存在するならば，$f(m)$ が p^2 の倍数となるような自然数 m も存在することを示せ。

第 3 回 解答・解説

▪ 大問 1 ―― 2 つの袋のあいだの玉の移動

指針　袋の中身は「赤玉・白玉がどちらの袋に何個あるか」で決まる。この**状態**を書き出して 1 回ずつ追えばよい。袋の選ばれ方の確率と，袋の中から玉を選ぶ確率の**両方を掛ける**ことを忘れない。

さいころを 1 回投げて 1 または 2 の目が出る確率は $\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$，3 以上の目が出る確率は $\dfrac{4}{6}=\dfrac{2}{3}$ であるから，1 回の操作で袋 A が選ばれる確率は $\dfrac{1}{3}$，袋 B が選ばれる確率は $\dfrac{2}{3}$ である。選ばれた袋に玉が入っていれば，その中から 1 個を等しい確率で取り出してもう一方の袋に移し，選ばれた袋が空なら何も起こらない。したがって 1 回の操作で状態がある状態に移る確率は，

$$(\text{その袋が選ばれる確率})\times(\text{その袋からその色の玉が取り出される確率})$$

で計算できる。以下，袋の中身を「A の中身／B の中身」の形で書き，赤玉を R，白玉を W，空の袋を $\varnothing$ で表す。たとえば RRW／W は「A に赤玉 2 個と白玉 1 個，B に白玉 1 個」である。はじめの状態は RR／WW である。

(ア)　まず 1 回目の操作を考える。はじめはどちらの袋にも玉が 2 個ずつあるので，どちらの袋が選ばれても必ず玉が 1 個移る。袋 A が選ばれると（確率 $\frac{1}{3}$），A の中は赤玉だけなので赤玉が B へ移り，状態は R／RWW になる。袋 B が選ばれると（確率 $\frac{2}{3}$），白玉が A へ移り，状態は RRW／W になる。

次に，それぞれの状態から 2 回目の操作を考える。

状態 RRW／W から：B が選ばれると（$\frac{2}{3}$），B の白玉 1 個が必ず移り RRWW／$\varnothing$ になる。A が選ばれると（$\frac{1}{3}$），A の 3 個から赤玉を取り出す確率は $\frac{2}{3}$，白玉を取り出す確率は $\frac{1}{3}$ であり，それぞれ RW／RW，RR／WW になる。

状態 R／RWW から：A が選ばれると（$\frac{1}{3}$），赤玉 1 個が必ず移り $\varnothing$／RRWW になる。B が選ばれると（$\frac{2}{3}$），B の 3 個から白玉を取り出す確率は $\frac{2}{3}$，赤玉を取り出す確率は $\frac{1}{3}$ であり，それぞれ RW／RW，RR／WW になる。