試し読み（抜粋）

合格答案をつくる　琉球大数学　２０２７

このファイルは、書籍の内容を確認していただくための抜粋です。
扉・問題・解答などを、それぞれ別の箇所から抜き出して並べています。
連続したページではありません。

書籍でのページ番号は、各ページの下部または上部にあります。
扉のように番号の入らないページもあります。
収録順や前後のつながりは、実際の書籍とは異なります。

本書オリジナル予想問題

第2回

前期日程型（2025 年度型）

冊子	範囲	時間	問題	
数学甲	数Ⅰ・数Ⅱ・数Ⅲ・数 A・数 B・数 C	120 分	左ページ	1〜4（各 50 点・計 200 点）
数学乙	数Ⅰ・数Ⅱ・数 A・数 B・数 C	60 分	右ページ	1・2（各 50 点・計 100 点）

注 意 事 項

1. 次の見開きの**左ページが数学甲**，**右ページが数学乙**である。自分が受験する冊子の問題だけを解くこと。
2. 数学甲は大問 1〜4 の 4 題，数学乙は大問 1・2 の 2 題からなる。どちらも全問解答すること。
3. 解答時間は，数学甲が 120 分，数学乙が 60 分である。
4. 解答は別の紙に記入すること。答えだけでなく，結論に至る過程を記述すること。

本書は独自作成の**非公式**予想問題集であり，琉球大学公式の教材・過去問・模擬試験ではない。大問の構成・配点・時間は実際の試験に準じた。

1 次の問いに答えよ。（50 点）

問 1　$0 \leqq \theta < \pi$ の範囲で，θ についての方程式 $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = k$ が異なる 2 つの解をもつような実数 k の値の範囲を求めよ。

問 2　整式 x^{10} を $(x-1)^2$ で割ったときの余りを求めよ。

問 3　正の整数 n に対して，和 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k \cdot 2^k$ を求めよ。

2 放物線 $C : y = x^2 + 1$ 上の点 $\mathrm{P}(t,\, t^2+1)$ における C の接線を ℓ とし，放物線 $D : y = 2x^2$ を考える。次の問いに答えよ。（50 点）

問 1　接線 ℓ と放物線 D が異なる 2 点で交わるような t の値の範囲を求めよ。

問 2　問 1 のとき，接線 ℓ と放物線 D で囲まれた部分の面積 $S(t)$ を t を用いて表し，$S(t)$ の最大値を求めよ。

問 3　問 1 のとき，ℓ と D の 2 つの共有点における D の接線の交点を R とする。t が問 1 の範囲を動くとき，点 R の軌跡を求めよ。

解答は別の紙に，結論に至る過程も含めて記述すること。

1 次の問いに答えよ。（50 点）

問 1　$n!$ が 3^{10} で割り切れるような最小の正の整数 n を求めよ。

問 2　$\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ の整数部分を a，小数部分を b とする。a の値と，b^2+6b の値を求めよ。

問 3　$\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^6$ の展開式における x^3 の係数を求めよ。

2 放物線 $C : y=x^2$ 上の 2 点 (α, α^2)，(β, β^2)（$\alpha<\beta$）における C の 2 本の接線のなす角が 45° であるとする。2 本の接線と放物線 C で囲まれた部分の面積を S とする。次の問いに答えよ。（50 点）

問 1　S を α，β を用いて表せ。

問 2　$s=\alpha+\beta$，$d=\beta-\alpha$ とおく。$\alpha\beta$ を s，d を用いて表せ。また，2 本の接線のなす角が 45° であるための条件を，s と d の式で表せ。

問 3　d のとりうる値の最小値を求めよ。また，S の最小値を求めよ。

解答は別の紙に，結論に至る過程も含めて記述すること。

第 3 回 解答・解説

数学甲 1 —— $x\log x$ のグラフ，接線と y 軸で囲まれた部分

問 1　$x>0$ において

$$f'(x)=1\cdot\log x+x\cdot\frac{1}{x}=\log x+1$$

である。$f'(x)=0$ となるのは $\log x=-1$，すなわち $x=\dfrac{1}{e}$ のときである。$\log x$ は増加関数であるから，$0<x<\dfrac{1}{e}$ において $f'(x)<0$，$x>\dfrac{1}{e}$ において $f'(x)>0$ となり，増減表は次のようになる。

x	0	$\cdots$	$\dfrac{1}{e}$	$\cdots$
$f'(x)$		$-$	0	$+$
$f(x)$		$\searrow$	$-\dfrac{1}{e}$	$\nearrow$

$f\left(\dfrac{1}{e}\right)=\dfrac{1}{e}\log\dfrac{1}{e}=-\dfrac{1}{e}$ である。すなわち，$f(x)$ は $0<x\leqq\dfrac{1}{e}$ で減少し，$x\geqq\dfrac{1}{e}$ で増加する。極値は

答：　$\underline{\underline{x=\dfrac{1}{e}\text{ で極小値 }-\dfrac{1}{e}}}$

であり，極大値はない。

問 2　接点を $(t,\,t\log t)$（$t>0$）とすると，接線の方程式は

$$y=(\log t+1)(x-t)+t\log t=(\log t+1)x-t$$

である。これが点 $(0,\,-1)$ を通る条件は $-1=-t$，すなわち $t=1$ である。このとき傾きは $\log 1+1=1$ であるから，接点は $(1,\,0)$ であり

答：　$\underline{\underline{\ell:\ y=x-1}}$

である。接点 t はただ 1 つに決まるので，点 $(0,\,-1)$ から引いた接線はこの 1 本だけである。