試し読み（抜粋）

合格答案をつくる　鹿児島大数学　２０２７

このファイルは、書籍の内容を確認していただくための抜粋です。
扉・問題・解答などを、それぞれ別の箇所から抜き出して並べています。
連続したページではありません。

書籍でのページ番号は、各ページの下部または上部にあります。
扉のように番号の入らないページもあります。
収録順や前後のつながりは、実際の書籍とは異なります。

数　　学

〔理　系〕理学部（数理情報科学プログラム／物理・宇宙プログラム／地球科学プログラム）・医学部（医学科）・歯学部・工学部

〔農獣医〕理学部（化学プログラム／生物学プログラム）・農学部・水産学部・共同獣医学部

〔教　育〕教育学部

区分	解答する問題	試験時間
理 系	共通 1 2 と 理系 3 4 の 4 題	120 分
農獣医	共通 1 2 と 農獣医 3 の 3 題	90 分
教 育	共通 1 2 と 教育 3（3―1，3―2 から 1 題選択）の 3 題	90 分

注　意　事　項

1. 「解答始め」の合図があるまでこの冊子は開かないこと。
2. 問題は，全区分共通の 1 2 と，区分ごとの問題からなる。自分の受験する区分の問題だけに解答すること。
3. 教育の 3 は選択問題であるから，3―1，3―2 のどちらか一方を選んで解答し，解答する問題の番号を解答用紙の所定の欄に記入すること。
4. 解答用紙は大問ごとに 1 枚ずつあるものとする。解答は，必ず所定の解答用紙の解答欄に記入し終えるようにし，裏面には決して記入しないこと。
5. 解答は，論証および計算の進め方がはっきり分かるように，順序よく的確に表現すること。また，文字は丁寧に書くこと。
6. 問題冊子の余白は下書きに使用してかまわない。

〔理　系〕理系型の受験者が解答する。

3 座標平面上の楕円 E の 2 つの焦点を $\mathrm{F}(1,\,0)$，$\mathrm{F}'(-1,\,0)$ とし，E 上の点 $\mathrm{P}(x_0,\,y_0)$（$y_0 \neq 0$）に対して，三角形 PFF′ を考える。ただし，E は次の方程式で表される楕円である。

$$E:\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$$

(1) $\mathrm{PF}=2-\dfrac{x_0}{2}$，$\mathrm{PF}'=2+\dfrac{x_0}{2}$ であることを示せ。

(2) 三角形 PFF′ の内接円の半径 r を y_0 を用いて表し，r の最大値を求めよ。

(3) 三角形 PFF′ の内心を I とする。点 P が E 上の $y_0 \neq 0$ の部分を動くとき，点 I の軌跡を求めよ。

4 曲線 $C:\ y=\log x$ 上の点 $\mathrm{P}(t,\,\log t)$（$1 \leqq t \leqq e$）における C の接線を ℓ_t とする。ただし，e は自然対数の底とする。

(1) $1 \leqq x \leqq e$ において，曲線 C は点 P を除いて接線 ℓ_t の下側にあることを示せ。

(2) 曲線 C，接線 ℓ_t および 2 直線 $x=1$，$x=e$ で囲まれた部分の面積 $A(t)$ を t を用いて表せ。

(3) t が $1 \leqq t \leqq e$ の範囲を動くとき，$A(t)$ を最小にする t の値と，$A(t)$ の最小値を求めよ。

(4) 不等式 $\log\dfrac{e+1}{2}>\dfrac{1}{e-1}$ を示せ。

〔**全区分共通**〕理系・農獣医・教育のすべての受験者が解答する。

1 次の各問いに答えよ。

⑴ 整式 $P(x)$ を $(x+1)^2$ で割ると余りは $3x+1$ であり，$x-2$ で割ると余りは 16 である。$P(x)$ を $(x+1)^2(x-2)$ で割ったときの余りを求めよ。

⑵ 実数 x についての条件「$x^2-3x+2<0$」が条件「$|x-a|<1$」であるための十分条件となるような定数 a の値の範囲を求めよ。また，このような a のうち，条件「$x^2-3x+2<0$」が条件「$|x-a|<1$」であるための必要条件にもなるものは存在しないことを示せ。

⑶ 2 個のさいころを同時に投げるとき，出た目の積が 6 の倍数となる確率を求めよ。

⑷ $x>0$ のとき，$x+\dfrac{4}{x+1}$ の最小値と，そのときの x の値を求めよ。

2 関数 $y=3\sin^2 x+2\sqrt{3}\sin x\cos x+\cos^2 x$ を考える。

⑴ y を $\sin 2x$ と $\cos 2x$ を用いて表せ。さらに，y を次の形に表せ。

$$y=p\sin(2x+\alpha)+q \qquad (p>0,\ -\pi<\alpha\leqq\pi)$$

⑵ $0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}$ における y の最大値と最小値，およびそのときの x の値を求めよ。

⑶ k を定数とする。$0\leqq x\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で，x についての方程式 $y=k$ がちょうど 2 つの解をもつような k の値の範囲を求めよ。

第 3 回 解答・解説

▪ 共通 1 —— 小問集合（確率・円と直線・三角不等式・等差数列と分数の和）

(1)　12 点

5 人を A，B，C，D，E とし，各人の帽子をその人の名前で呼ぶ。帽子の配り方は 5 つの帽子を 5 人に 1 つずつ割り当てる順列で $5! = 120$ 通りあり，無作為に配るのでどれも同様に確からしい。

自分の帽子を受け取るただ 1 人の選び方は 5 通りある。たとえば A だけが自分の帽子を受け取るとき，残りの B，C，D，E の 4 人は，B，C，D，E の帽子を誰も自分の帽子を受け取らないように分ける。この分け方を数える。B が受け取る帽子は C，D，E のいずれかで 3 通りあり，どれも同じ数だけあるので，B が C の帽子を受け取る場合を数えて 3 倍する。このとき C が B の帽子を受け取るなら，D と E は互いの帽子を受け取るしかなく 1 通りである。C が B の帽子を受け取らないなら，C は D か E の帽子を受け取る。C が D の帽子のとき，残る B，E の帽子を D，E に配るが，E は自分の帽子を受け取れないので E が B の帽子，D が E の帽子と決まる。C が E の帽子のときも同様に，D が B の帽子，E が D の帽子と決まる。よって B が C の帽子を受け取る場合は $1 + 2 = 3$ 通りであり，4 人の分け方は $3 \times 3 = 9$ 通りである。

したがって条件を満たす配り方は $5 \times 9 = 45$ 通りであり，求める確率は $\dfrac{45}{120}$ となる。

答： $\underline{\underline{\dfrac{3}{8}}}$

(2)　12 点

直線 $3x - y + k = 0$ と円の中心 $(0, 0)$ の距離は $d = \dfrac{|k|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \dfrac{|k|}{\sqrt{10}}$ である。円の半径は $\sqrt{10}$ であるから，円と直線が異なる 2 点で交わる条件は $d < \sqrt{10}$ である。このとき中心から弦に下ろした垂線は弦を 2 等分するので，三平方の定理より弦の長さは $2\sqrt{10 - d^2}$ である。両辺は 0 以上であるから 2 乗して比べてよく，弦の長さが $2\sqrt{6}$ 以上となる条件は

$$2\sqrt{10 - d^2} \geqq 2\sqrt{6} \iff 10 - d^2 \geqq 6 \iff d^2 \leqq 4$$

である。$d^2 \leqq 4$ ならば $d \leqq 2 < \sqrt{10}$ であるから，2 点で交わる条件も満たされる。$d^2 = \dfrac{k^2}{10}$ であるから